FÍSICA I (IQ) – 2010 LISTA DE EXERCÍCIOS – 7

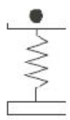
E1) Uma partícula executa um MHS com frequência de 0,25 Hz em torno do ponto x = 0. Em t = 0 ela tem um deslocamento de x = 0,37 cm e velocidade zero. Para o movimento, determine: a) a frequência angular b) o período, c) a amplitude, d) o deslocamento no instante t, e) a velocidade no instante t, a velocidade máxima, g) a aceleração máxima, h) o deslocamento em t = 3 s e i0 a velocidade em t = 3s.

E2) A extremidade de um dos braços de um diapasão executa um MHS com frequência de 1000 Hz e amplitude de 0,4 mm. Determine a) a aceleração máxima e b) a velocidade máxima desse braço. Determine c) a aceleração e d) a velocidade do braço quando ele tem um deslocamento de 0,2 mm.

1. Uma pequena plataforma oscila com uma freqüência de $4\ Hz$ e com amplitude de $7\ cm$, presa numa mola vertical. Uma pequenina conta é pousada na plataforma no exato momento em que esta se encontra na posição mais baixa (figura abaixo). Admita que a conta seja tão leve que não altere perceptivelmente a oscilação.

   (a) A que distância da posição de equilíbrio da plataforma sobre a mola a conta perde contanto com a plataforma?

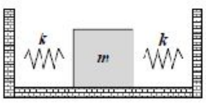
   (b) qual a velocidade da conta no instante em que abandona a plataforma?



R: (a) $y = 1,55\ cm$ acima da posição de equilíbrio. (b) $v = 1,72\ m/s$

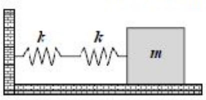
2. Na figura abaixo, mostramos duas molas idênticas (de constante k) ligadas a um mesmo bloco de massa m, sendo que as outras extremidades das molas estão fixas em suportes rígidos. Mostre que a freqüência de oscilação do bloco sobre a superfície horizontal sem atrito é dada por:

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2k}{m}}$$



Suponha agora que as duas molas sejam conectadas ao bloco de massa m, conforme é indicado na figura abaixo. Mostre que a freqüência de oscilação é dada por:

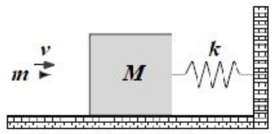
$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{2m}}$$



3. A figura abaixo mostra um bloco de massa M, em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito, preso a uma mola de constante k. Uma bala de massa m e velocidade v atinge o bloco em $t = 0$, conforme é indicado na figura. A bala permanece dentro do bloco. Determine:

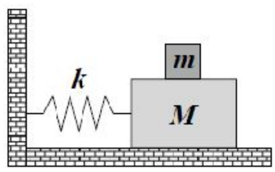
   (a) a velocidade do bloco imediatamente após a colisão;

   (b) a expressão do deslocamento x do sistema para $t > 0$.



R: (a) $V = \frac{m}{m+M}v$. (b) $x = A\,sen(\omega t)$, com $A = \frac{mv}{(m+M)\omega}$ e $\omega = \sqrt{\frac{k}{(m+M)}}$

4. Um disco de massa M, preso por uma mola de constante elástica k e massa desprezível a uma parede vertical, desliza sem atrito sobre uma mesa de ar horizontal. Um bloquinho de massa m está colocado sobre o disco, com cuja superfície tem um coeficiente de atrito estático μ_e. Qual é a amplitude máxima de oscilação do disco para que o bloquinho não escorregue sobre ele?



R: $x_{MAX} = \frac{\mu_e(m+M)g}{k}$

5. Certa mola sem massa esta suspensa no teto com um pequeno objeto preso a sua extremidade inferior. O objeto e mantido inicialmente em repouso, numa posição y_i tal que a mola não fique esticada. O objeto é então liberado e oscila para cima e para baixo, sendo sua posição mais baixa $10\ cm$ de y_i.

   (a) Qual a freqüência da oscilação?

   (b) Qual a velocidade do objeto quando está $8\ cm$ abaixo da posição inicial?

(c) Um objeto de massa 300 g é ligado ao primeiro objeto; logo após, o sistema oscila com metade da freqüência original. Qual a massa do primeiro objeto?

(d) Com relação a y_i, onde é o novo ponto de equilíbrio (repouso) com ambos os objetos presos a mola?

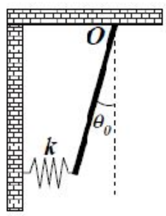
R: (a) $\omega = 14\ rad/s$, (b) $v = 0,56\ m/s$, (c) $m = 100\ g$ e (d) $0,2\ m$

6. (Poli 2007) Uma haste rígida de comprimento L e massa M está suspensa, podendo girar em torno do ponto O, por uma das suas extremidades, como mostra a figura. Na outra extremidade a barra está ligada a uma mola de constante k que está na posição relaxada quando a barra se encontra na posição vertical. No instante $t = 0$, a barra é deslocada para a esquerda, até um ângulo θ_0 com a direção vertical, e abandonada a partir do repouso. Dado: $I_O = \frac{1}{3}ML^2$ e considerando que a mola sempre permanece na horizontal,

   (a) obtenha a equação diferencial que descreve o movimento da barra.

   (b) Determine a freqüência angular ω de oscilação da barra, considerando oscilações de pequenas amplitudes.

   (c) Obtenha a equação $\theta(t)$ que descreve o movimento de oscilação da barra.



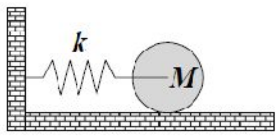
R: (a) $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \left[\frac{3}{2}\frac{g}{L} + \frac{3k}{M}cos(\theta)\right] sen(\theta) = 0$,
(b) $\omega = \sqrt{\frac{3}{2}\frac{g}{L} + \frac{3k}{M}}$, (c) $\theta(t) = \theta_0 cos(\omega t)$

7. Uma mola horizontal sem massa está ligada ao eixo de rotação que passa pelo centro de massa de um cilindro sólido, de massa M, de forma que ele possa rolar, sem deslizamento, sobre uma superfície horizontal (figura abaixo). A constante da mola é $k = 3,0\ N/m$. Se o sistema for liberado de uma posição de repouso em que a mola esteja esticada de $0,25\ m$, ache

   (a) a energia cinética translacional e a energia cinética rotacional do cilindro quando ele passa pela posição de equilíbrio.

   (b) Mostre que nessas condições o centro de massa do cilindro executa um movimento harmônico simples com período

$$\tau = 2\pi\sqrt{\frac{3M}{2k}}$$



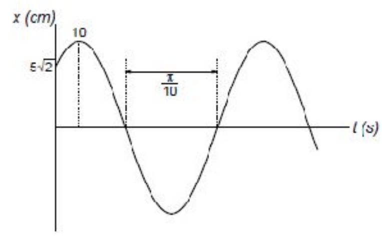
R: (a) $T_{trans} = 0,067\ J$ e $T_{rot} = 0,033\ J$

8. (Poli 2007) A figura mostra a oscilação de um corpo com massa $0,5\ kg$ preso a uma mola.

   (a) Quanto vale a constante de força da mola?

   (b) Escreva a equação que descreve $x(t)$.

   (c) Obtenha expressões para as energias potencial, cinética e mecânica total do oscilador em função do tempo.

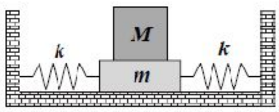


R: (a) $k = 50\ kg/s^2 = 50\ N/m$,
(b) $x(t) = 10cos\left(10t - \frac{\pi}{4}\right)\ cm$,
(c) $U(t) = \frac{1}{4}cos^2\left(10t - \frac{\pi}{4}\right)\ J$,
$T(t) = \frac{1}{4}sen^2\left(10t - \frac{\pi}{4}\right)\ J$, $E = \frac{1}{4}J$

9. Uma esfera sólida de 95 kg com um raio de 12 cm é suspensa por um fio vertical preso ao teto de uma sala. Um torque de $0,02\ Nm$ é necessário para girar a esfera de um ângulo de $0,85\ rad$. Qual o período da oscilação, quando a esfera é liberada dessa posição?

R: $T = 9,6\ s$

10. (Poli 2006) Uma plataforma de massa m está presa a duas molas iguais de constante elástica k. A plataforma pode oscilar sobre uma superfície horizontal sem atrito. Um bloco de massa $M = 2m$ é colocado sobre a plataforma. O sistema "bloco + plataforma" oscila com freqüência angular ω.



   (a) Determine, em função de m e ω, o valor da constante k das molas.

(b) Calcule, em termos da amplitude A, a força horizontal máxima exercida no bloco de massa M durante o movimento.

(c) Se o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a plataforma é μ_e, encontre o valor máximo da amplitude para o qual o bloco não desliza sobre a plataforma durante a oscilação.

R: (a) $k = \dfrac{3}{2}m\omega^2$, (b) $F_{MAX} = 2m\omega^2 A$ e (c) $A_{MAX} = \dfrac{\mu_e g}{\omega^2}$

11. Ache o movimento resultante de dois movimentos harmônicos simples na mesma direção, dados por: $x_1 = cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$, $x_1 = sen(\omega t)$. Represente graficamente os respectivos vetores girantes.

12. Um pêndulo com fio de comprimento 1,00 m é abandonado do repouso de um ângulo inicial de 15°. Após 1000 s, sua amplitude é reduzida para 5,5°. Qual é o valor da constante de amortecimento γ?

    R: $\gamma = 0,002\ s^{-1}$

13. Um oscilador harmônico amortecido consiste em um bloco ($m = 2$ kg), uma mola ($k = 10,0$ N/m) e uma força de amortecimento $F = -\rho v$. Inicialmente, ele oscila com amplitude de 25,0 cm; devido ao amortecimento, a amplitude é reduzida para três quartos do seu valor inicial, quando são completadas quatro oscilações.

    (a) Qual o valor de ρ?

    (b) Quanta energia foi "perdida" durante essas oscilações?

    R: (a) $\rho = 0,102\ kg/s$ e (b) $\Delta E = 0,136\ J$

14. Em um sistema oscilatório com uma força de atrito temos:

$$F_{mola} + F_{atrito} = -kx - \rho\frac{dx}{dt}$$

onde k é a constante da mola e ρ é a constante de amortecimento. Logo a equação de movimento fica:

$$M\frac{d^2x}{dt^2} + \rho\frac{dx}{dt} + kx = 0$$

Considere o oscilador como estando no regime subcrítico e resolva a equação de movimento para $t = 10$ s tomando como $x_0 = x(t = 0) = 0$ e $v_0 = v(t = 0) = 0,15\ m/s$.

R: $x(10) = \frac{0,15}{\omega} e^{-\frac{5\rho}{M}} sen(10\omega)$, com $\omega = \sqrt{\frac{k}{M} - \frac{\rho^2}{4M^2}}$

15. (Poli 2007) Um corpo de massa 40 g está preso a uma mola de constante elástica $K = 100\ N/m$. Este sistema é colocado para oscilar e depois imerso num meio cujo coeficiente de atrito viscoso é $\rho = 0,08\ kg/s$.

    (a) Determine a freqüência natural do sistema.

    (b) Escreva a equação diferencial que descreve o movimento, explicitando os valores numéricos dos coeficientes (indicando suas unidades).

    (c) Qual é o regime de oscilação? (justifique)

    (d) Qual é a frequência de oscilação?

    R: (a) $\omega_0 = 50\ rad/s$, (b) $\dfrac{d^2x}{dt^2} + \gamma\dfrac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$, $\gamma = \dfrac{\rho}{m} = 2\ s^{-1}$, $\omega_0^2 = 2550\ rad^2/s^2$, (c) Regime Subcrítico pois, $\omega_0^2 > \dfrac{\gamma}{4}$, (d) $\omega = \sqrt{2499}$ rad/s

16. (Poli 2006) Um corpo de massa $m = 1,0$ kg oscila livremente, quando preso a uma mola, com freqüência angular $\omega_0 = 2,0$ rad/s. Posteriormente este conjunto é colocado num líquido, cujo coeficiente de resistência viscosa é $\rho = 2\sqrt{3}$ kg/s.

    (a) Escreva a equação diferencial do movimento harmônico amortecido, e a sua solução com as condições iniciais $x(0) = 0,50$ m e $v(0) = 0$.

    (b) Determine o tempo necessário T para que a amplitude do movimento diminua de um fator $1/e$ em relação ao valor inicial.

    R: (a) $\dfrac{d^2x}{dt^2} + 2\sqrt{3}\dfrac{dx}{dt} + 4x = 0$,
    $x(t) = e^{-\sqrt{3}t}\cos\left(t + \dfrac{\pi}{3}\right)$(m),
    (b) $T = \dfrac{\sqrt{3}}{3}\ s$