

# EXPERIÊNCIA DE MILLIKAN

## I. OBJETIVOS

- verificar a natureza quântica da carga elétrica;
- determinar a carga do elétron;
- analisar o método de medida;
- identificar os fatores experimentais que interferem na experiência.

## II . MATERIAL DISPONÍVEL

- suporte tripé com condensador de placas paralelos, fonte de luz, microscópio e chave inversora;
- fonte de tensão contínua;
- voltímetro;
- cronômetro;
- paquímetro;
- nebulizador com óleo;
- nível de bolha;
- escala graduada para calibração da escala na ocular.

## III. INTRODUÇÃO

Devido à importância histórica desse experimento, é de interesse para o aluno ler com atenção a descrição circunstanciada dos fatos<sup>1)</sup> e das personalidades envolvidas. A verificação experimental da natureza quântica da carga elétrica, bem como a determinação do seu valor mínimo, é de realização conceitualmente simples. Quando efetuada pela primeira vez, em 1910, por Fletcher e Millikan, causou um impacto sobre os conceitos até então vigentes em física atômica a ponto de render a Millikan o prêmio Nobel<sup>2)</sup>. Logo a seguir, foram publicados mais quatro trabalhos discutindo diversos aspectos sobre a mesma série de experimentos<sup>3-6)</sup>. Para um estudo dos fundamentos teóricos dessa experiência, o aluno deverá selecionar textos da literatura, entre os quais citamos algumas referências<sup>7-10)</sup>. Algumas discussões e relatos de experimentos específicos, ainda relacionados com o mesmo assunto, foram publicados em artigos recentes<sup>11-15)</sup> mostrando que sempre é possível desenvolver aspectos ainda inexplorados em uma questão qualquer. A criatividade não tem limites.

A experiência consiste em determinar a carga elétrica de uma gota de óleo eletrizada, medindo seu movimento de descida e de subida entre as placas de um condensador posicionado horizontalmente. Em primeiro lugar, vamos desenvolver um método para determinar o raio da gota a partir de medidas dos tempos de descida  $t_d$  e de subida  $t_s$  decorridos para percorrer uma trajetória delimitada por dois traços de referência, previamente escolhidos. Deve-se utilizar um mesmo potencial, tanto para a descida como para a subida da gota, cujo valor seja tal que os tempos medidos durem aproximadamente 10 segundos. Fica a cargo do estudante fazer um esboço de todas as forças envolvidas (assumir que a gota se movimenta em equilíbrio dinâmico) e escrever a equação do movimento. A partir das equações de movimento e utilizando a correção no coeficiente de viscosidade do ar (vide Apêndice B), mostre que o raio da gota é dado pela relação:

$$a = -\frac{b}{2p} + \sqrt{\frac{b^2}{4p^2} + \frac{9\eta_o(v_d - v_s)}{4(\rho_o - \rho_{ar})g}} \quad (I)$$

onde:

a = raio da gota;

b = constante =  $6.17 \cdot 10^{-4}$  (cm de Hg)cm;

p = pressão atmosférica;

$\eta$  = coeficiente de viscosidade à temperatura ambiente (vide Apêndice B);

$\rho$  = densidade do óleo;

$\rho_{ar}$  = densidade do ar;

g = aceleração da gravidade;

$v_d$  = velocidade da descida da gota;

$v_s$  = velocidade da subida da gota.

Mostre, também, que a carga elétrica da gota é dada pela expressão

$$q = \frac{3\pi\eta ad}{V}(v_s + v_d)$$

onde:

$$\eta = \eta_o \left[ 1 + \frac{b}{pa} \right]^{-1} \quad (\text{vide Apêndice B})$$

V = potencial aplicado às placas do condensador;

d = distância entre as placas do condensador;

As velocidades  $v_d$  e  $v_s$  devem ser obtidas utilizando dez vezes a expressão  $v = l/t$ , calculando-se em seguida o valor médio  $\langle v \rangle$  e o desvio padrão da média  $\sigma_{\langle v \rangle}$ . Tome cuidado para não confundir  $\sigma_{\langle v \rangle}$  com o desvio padrão das velocidades!

#### IV. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O movimento das gotas de Óleo será observado para se medir as velocidades de descida e de subida (campo elétrico produzido por uma diferença de potencial V), entre as placas de um condensador, onde são iluminadas e observadas através de um microscópio posicionado na horizontal. O condensador está adaptado a um tripé em conjunto com o microscópio e uma fonte de luz como mostra a figura.

As expressões (1) e (2) contêm os parâmetros a serem medidos para calcular a carga q. Partículas que se movimentam em meio líquido ou gasoso estão sempre sofrendo choques de moléculas do meio. Devido à existência de flutuações na densidade do fluido, as partículas pequenas ( $a \approx 10^{-5}$  cm) ficam sujeitas a um movimento aleatório que acarreta uma incerteza na sua posição. Este

efeito, que é uma consequência da natureza atômica da matéria, é o chamado movimento browniano. Demonstra-se<sup>16)</sup> que o quadrado da incerteza na posição da partícula é proporcional ao tempo de observação e inversamente proporcional ao raio  $a$ :

$$\langle \Delta x^2 \rangle \propto \frac{\Delta t}{a}$$

onde:

$\Delta x$  = deslocamento da partícula devido ao movimento browniano ou incerteza na posição da partícula;

$\Delta t$  = tempo de observação;

$\langle \Delta x^2 \rangle$  = desvio quadrático médio da posição  $x$ .

Podemos afirmar, então, que a incerteza da posição prevista da gota é tão maior quanto maior for o tempo  $t$  de descida ou de subida ou quanto menor for o seu raio  $a$ . Por outro lado, se  $t \leq 5s$ , o erro introduzido nas medidas de tempo, devido à limitação no tempo de reflexo do operador, passará a predominar nos resultados.

Em um artigo recente<sup>11)</sup>, a análise deste problema levou à representação gráfica de  $\sigma_q/q$  x  $t$  que passa por um mínimo para  $t \approx 10s$ . É conveniente, então, a escolha do potencial  $V$  tal que  $5s \leq (t_s \text{ e } t_d) \leq 30s$  para que se obtenha  $\sigma_q/q \leq 0,10$  (na melhor das hipóteses, espera-se obter  $\sigma_q/q = 0,05$ ).

O condensador contém, na placa superior, orifícios por onde devem entrar as gotículas de óleo. Ele deve ser bem limpo e os orifícios desimpedidos. Se você tiver dificuldade em observar a gota, evite nebulizar em excesso, pois só irá contribuir para obstruir os orifícios. Ao lidar com a nebulosidade, observe atentamente o processo que se desenvolve em seu interior e procure explicar o princípio de seu funcionamento, é muito interessante.

Certifique-se de que as placas do condensador estão bem niveladas. Ao determinar a distância entre as placas lembre-se de efetuar várias medidas em lugares diferentes.

As direções de iluminação e de observação através do microscópio devem ser ajustadas de modo a conseguir a visualização de uma nuvem de gotículas quando se aciona o nebulizador. Estas direções são bastante críticas e importantes para a realização de medidas. A operação de ajustar a iluminação, na qual se deve adquirir um certo treino, é a primeira que deve ser feita.

Note que o condensador é fechado lateralmente e possui duas janelas opostas de tamanhos diferentes que permitirão a observação e a entrada de luz. As duas situações possíveis de montagem estão esquematizadas abaixo. Para se obter o posicionamento inicial do foco do microscópio coloca-se, através de um dos orifícios do condensador, um fio que deverá ser iluminado e observado. Uma situação de iluminação favorável à posterior observação das gotículas é aquela em que o fio aparece com contorno bem brilhante num fundo acinzentado.

Conseguida essa situação, experimente injetar as gotas e melhorar o ajuste. Não se esqueça de retirar o fio antes de ligar o circuito.

A diferença de potencial no condensador será medida por um voltímetro ligado convenientemente à saída da fonte de tensão. Uma chave inversora (que permite alterar a polaridade das placas)

estabelecerá a ligação entre a saída da fonte e o condensador. Uma terceira posição da chave, a do meio, não foi indicada na figura por simplicidade e corresponde à interrupção do fornecimento de tensão. As placas, ao mesmo tempo em que são ligadas em curto-circuito para que não permaneça qualquer carga residual, o que poderia falsear as medidas efetuadas durante a queda livre da gota.

circuito

fonte de Na figura está representada  
tensão uma chave inversora e sua  
ligação ao circuito

O valor da diferença de potencial pode ser fixo em um valor localizado entre 100 e 300 V escolhido de tal modo que  $5s < t_s, t_d < 30s$ .

Estabeleça uma diferença de potencial no condensador e observe o movimento das gotículas. A maior parte delas, eletrizadas pelo atrito do óleo com o vidro do nebulizador, tem carga negativa.

A calibração da escala da ocular é feita por comparação com uma escala padrão que se coloca sobre o condensador. Observe essa escala através do microscópio e superponha a sua imagem com a escala da ocular. Faça um gráfico representando os valores da escala da ocular nas abscissas e os da escala padrão nas ordenadas. Você espera obter uma reta nesse gráfico? Por quê?

A medida da temperatura será lida em um termômetro localizado na sala de aula. Esse procedimento poderá introduzir erros nos parâmetros que dependem da temperatura. Lembre-se de que as gotículas são fortemente iluminadas e de que a absorção da luz no interior do condensador certamente irá acarretar um aquecimento (efeito estufa). Procure, de algum modo, minimizar esse problema.

## V. ANÁLISE DO PROCEDIMENTO E ESCOLHA DA GOTA

Em primeiro lugar, convém exercitar a viabilidade de se determinar com presteza os valores aproximados do raio  $a$  e da carga  $q$  da gota. A partir da expressão (1), com  $v_c = l_c/t_c$  onde  $v_c$ ,  $l_c$  e  $t_c$  são, respectivamente, a velocidade, o percurso e o tempo de queda livre ( $V = 0$ ) (fazendo  $l_c = 1$  mm, por exemplo) pode-se construir um gráfico de  $a \times t_c$  em papel di-log, ou então aproveitar o Gráfico I do Apêndice A. Em geral como é mais provável encontrar as menores cargas nas menores gotas, o valor de  $t_c$  poderá ser muito maior do que 30s para  $t_c = 1$  mm. É recomendável, então, escolher um valor conveniente de  $l_c$  para evitar tempos de queda longos demais. A velocidade terminal é atingida em  $\approx 10^{-6}s$ , pelo que a consideramos constante, bastando usar uma regra de três simples antes de usar o gráfico.

O gráfico II do Apêndice A foi construído a partir da expressão (12) com a suposição de que a carga total da gota é um múltiplo do valor da carga elementar. A partir do conhecimento dos tempos de subida e de queda da tensão aplicada entre as placas pode-se estimar o número de cargas elementares contidas na gota. Os gráficos I e II devem ser considerados apenas como auxiliares para a seleção da gota. Os valores de  $a$  e  $q$  deverão ser posteriormente calculados, utilizando todos os parâmetros, cuidadosamente determinados e com os respectivos erros avaliados. As condições da pressão e temperatura deverão ser medidas no início e no final da experiência.

A densidade  $\rho$  do óleo já foi previamente determinada e o seu valor está afixado em um lugar visível da sala. Os valores da densidade do ar em função da temperatura também estão afixados. A correção para o coeficiente de viscosidade  $\eta$  e a tabela dos valores de  $\eta$  (em unidades cgs, onde a unidade chama-se poise) em função da temperatura aparecem no Apêndice B. Como

estamos trabalhando no sistema cgs, convém lembrar que  $1 \text{ volt} = 1/300 \text{ statvolt}$ . Discuta com o seu professor sobre os efeitos de fatores secundários que podem introduzir erros sistemáticos nas medidas e procure a melhor forma de controlá-los.

## VI. VERIFICAÇÃO DA NATUREZA QUÂNTICA DA CARGA ELÉTRICA

Para se obter a carga do elétron é preciso, antes de mais nada, acreditar na sua existência. Convém, portanto, mostrar que a carga  $q$  da gota é um múltiplo inteiro de uma carga elementar  $e$ , cujo valor pretendemos medir. Essa verificação só é possível através da análise estatística de um número suficientemente grande de dados experimentais. Faça um histograma da frequência de valores de  $q$  nos intervalos dos valores de carga convenientemente espaçados no eixo das abscissas, utilizando o total de dados levantados pela sua classe. Cada grupo deve tentar obter o máximo número de valores de cargas tais que  $q_{\text{max}}/q_{\text{min}} \leq 10$ . Faça uma análise desse histograma concluindo se foi possível ou não provar a quantização da carga.

## VII. DETERMINAÇÃO DA CARGA DO ELÉTRON

Escolha os valores de uma das gotas estudadas pelo seu grupo (de preferência, com o mínimo número de elétrons). Calcule o valor de  $q$  baseado nas expressões (1) e (2) e calcule  $\sigma_q$  usando a teoria da propagação de erros. Apresente esses cálculos explicitamente no seu relatório. Compare este resultado com o valor do elétron obtido a partir da média dos resultados de todas as cargas  $e = q/n$  medidas pelo seu grupo e determine o respectivo desvio padrão. Observe que para as cargas maiores fica cada vez mais difícil definir com segurança o número de elétrons. Compare também esses resultados com o valor de  $e$  hoje aceito.

## BIBLIOGRAFIA

1. - H. Fletcher - "My work with Millikan on the oil-drop experiment". Physics Today, June 1982, p. 43 (publicação póstuma).
2. - R-A- Millikan - "The isolation of an ion, a precision measurement of its charge, and the correction of Stoke's Law". Science, 30 september 1910.
3. - R. A. Millikan & H. Fletcher - "Causes and apparent discrepancies and recent work on the elementary electrical charge". Phys. Z., January 1911.
4. - H. Fletcher - "Some contributions to the theory of Brownian movements, with experimental applications". Phys. Z., January 1911.
5. - R. A. Millikan & H. Fletcher - "The question of valency in gaseous ionization". Phil. Mag., June 1911.
6. - H. Fletcher - "A verification of the theory of Brownian movements and a direct determination of the value for gaseous ionization". Phys. Rev., August 1911, and Le radium, 1 July 1911.
7. - Melissinos - "Experiments in Modern Physics".
8. - Harnwell & Livingood - "Experimental Atomic Physics".

9. - R. A. Millikan - "Electrons ( positive and negative)".
10. - Enge, Vehr & Richards - "Introduction to Atomic Physics".
11. - Kapusta - "Best measuring time for a Millikan oil drop experiment". American Journal of Physics 43 [91, 799 (1975)
12. - C. N. Wall & F. E. Christensen - "Dual-purpose Millikan experiment with polystyrene spheres". American Journal of Physics 43 [5], 408 (1975).
13. S. La Rue, J. D. Philips & W. H. Fairbank - "Observation of fractional charge of  $(1/3)e$  on matter". Phys. Rev. Letters 46 [15], 967 (1981).
14. - W. H. Fairbank, Jr. & S. Franklin - "Did Hillikan observe fractional charges on oil drops?". American Journal of Physics, 50 [51], 394 [1982).
15. - Y. W. Kim & P. D. Fedele - "Evldence for failure of Hillikan's law of particle fali in gases". Phys. Rev. Letters, 48 [61], 403 (19821).
16. - Apostila do Laboratório de Estrutura da Matéria e Física Moderna (2º semestre de 1986) - "a movimento Browniano". P. 35 e referências.
17. - Helene, O. A. M. & Vanin, V. R. - "Tratamento estatístico de dados em Física Experimental".

## APÊNDICE B

### CORREÇÃO PARA O VALOR DA VISCOSIDADE DO AR $\eta$

Tendo em vista que o diâmetro da gota é comparável com seu caminho livre médio no ar (em relação às gotículas de óleo) não se pode desprezar a não homogeneidade do fluido. Desta maneira requer-se efetuar uma correção no coeficiente de viscosidade do ar:

$$\eta = \eta_o \left[ 1 + \frac{b}{pa} \right]^{-1}$$

p = pressão atmosférica

$\eta$  = coeficiente de viscosidade à temperatura ambiente

b =  $6,17 \cdot 10^{-4}$  (cm de Hg) cm, quando a pressão for medida em cm Hg

Esta correção na viscosidade implica em correção no raio da gota a ser utilizado para determinação da carga q. Os valores de  $\eta_o$  em função da temperatura estão repre sentados no gráfico abaixo.

