FÍSICA MODERNA I - 1^o SEMESTRE 2016
7^a LISTA DE EXERCíCIOS

1) A constante da força restauradora C para vibrações interatômica em uma molécula diatômica típica é de aproximadamente 10^3J/m^2. Use esse valor para fazer uma estimativa da energia de ponto zero das vibrações moleculares.

2) (a) Faça uma estimativa da diferença em energia entre o estado fundamental e o primeiro estado excitado da molécula vibrando considerada no problema anterior. (b) A partir dessa estimativa, determine a energia do fóton emitido por vibrações da distribuição de cargas quando o sistema faz uma transição entre o primeiro estado excitado e o estado fundamental. (c) Determine também a freqüência do fóton e compare com a freqüência de oscilação clássica do sistema. (d) Em que região do espectro está a radiação emitida?

3.- No instante t=0, um sistema é descrito pela seguinte função de onda normalizada:

$$\Psi(x,0) = \sqrt{\frac{1}{5}}\Phi_0(x) + \sqrt{\frac{1}{2}}\Phi_2(x) + c\Phi_3(x)$$

onde Φ_0, $\Phi_1\, e\, \Phi_3$ são as autofunções normalizadas do oscilador harmônico. Calcular o valor numérico de c? Qual o valor esperado da energia se é efetuada a medida dessa no instante t=0?

4.- Mostre que um oscilador harmônico com energia $E_n = (n+1/2)\hbar\omega$ corresponde à amplitude de um oscilador clássico $A_n = \sqrt{(2n+1)\hbar/m\omega}$.

5.- Encontre a constante de normalização (A_0) para o estado fundamental do oscilador harmônico.

6.- Calcule a probabilidade de um oscilador harmônico no estado fundamental ser encontrado fora da região "clássica".

7.- Um elétron está contido numa caixa de paredes rígidas de largura 0.1 nm. a) Desenhe os níveis de energia até n=4. b) Encontre os comprimentos de onda de todos os possíveis fótons que poderiam ser emitidos até que o elétron passe do estado n=4 para o n=1.

8.- Um elétron está preso em um poço de potencial infinito de 0.3 nm de largura. a) Se o elétron está no estado fundamental, qual a probabilidade de encontrá-lo a menos de 0.1 nm do lado esquerdo da parede? Repita os cálculos para um elétron no estado n=99. As respostas são consistentes com o princípio de correspondência?

9.- Se o potencial V é independente do tempo, mostre que o valor esperado de x é independente do tempo.

10.- Determine o valor médio de $\Psi_n^2(x)$ dentro de um poço de potencial infinito para n=1,5,20 e 100. Compare esses resultados com a probabilidade clássica de encontrar a partícula dentro da caixa: 1/L (independente de n, em acordo com a previsão clássica)

11.- Considere um poço de potencial finito de largura 3×10^{-15}m que contém uma partícula de massa m= 2GeV/c^2. Quão profundo deve ser esse potencial para conter três níveis de energia? (Exceto pelos valores exatos das energias, esta é a situação aproximada de um núcleo de deutério).

12.- Uma possível solução para o oscilador harmônico simples é:

$$\Psi_n = A(2\alpha x - 1)e^{-\alpha x^2/2}$$

onde A é uma constante. Qual o valor da energia E$_n$ desse estado?

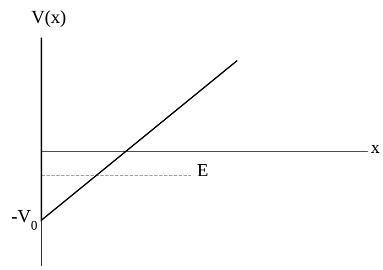
13.- Mostre que a energia de um oscilador harmônico simples no estado n=1 é $3\hbar\omega/2$ substituindo a função de onda $\Psi_1 = Axe^{-\alpha x^2/2}$diretamente na equação de Schroedinger.

14.- Uma molécula H_2 pode ser aproximada por um oscilador harmônico simples com constante de mola k= $1,1 \times 10^3$N/m. Encontre a) os níveis de energia e b) os possíveis comprimentos de onda de fótons emitidos quando a molécula H_2decai do terceiro estado excitado, terminando no estado fundamental.

a) $E_n = (n + 1/2)0.755$eV b) 1640 nm; 822 nm; 549 nm

15.- a) Calcule a probabilidade de transmissão de uma partícula α de energia E = 5 MeV através da barreira coulombiana de um núcleo pesado, que pode ser aproximada por uma barreira quadrada de altura V_0 = 15MeV e largura L = $1,3 \times 10^{-14}$m. Calcule essa probabilidade b) dobrando a altura da barreira e c) usando a altura original mas dobrando a largura da barreira. Compare os três resultados.

16.- Considere uma partícula de energia E aprisionada num poço de potencial como mostrado na figura abaixo. Desenhe esquematicamente as funções de onda para os três estados de mais baixa energia da partícula. Explique o esquema obtido.



17.- Quando uma partícula de energia E se aproxima de uma barreira de potencial de altura V_0com E$\gg V_0$, mostre que o coeficiente de reflexão pode ser aproximado por $R = [(V_0 \sin(kL))/2E]^2$.

18.- Para uma região onde o potencial é V=0, a função de onda de uma partícula é dada por $\sqrt{2/\alpha}\sin(3\pi x/\alpha)$. Calcule a energia da partícula.

19.- Considere um poço semi-infinito no qual V=∞ para x $<$ 0, V=0 para $0 \leq x \leq L$ e V=V_0 para x $>$ L. a) Mostre que as funções de onda possíveis são $A \sin kx$ dentro do poço e $Be^{-k_2 x}$para x $>$ L, onde $\sqrt{2mE/\hbar^2}$ e $k_2 = \sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2}$. b) Mostre que a aplicação das condições de contorno resultam na relação $k_2 tg(ka) = -k$.

20.- A função de onda para o estado n=2 do oscilador harmônico é $A(1 - 2\alpha x^2)e^{-\alpha x^2/2}$. a) Mostre que o nível de energia correspondente é $5\hbar\omega/2$, substituindo a função de onda diretamente na equação de Schroedinger. b) Encontre $<$x$>$ e $<$x^2$>$.

$< x >= 0; < x^2 >= 5/2\alpha$

21.- Uma partícula está aprisionada entre x= 0 e L dentro de um poço de potencial infinito. Sua função de onda é uma superposição do estado fundamental e primeiro estado excitado. A função de onda é dada por:

$$\Psi(x) = \frac{1}{2}\Psi_1(x) + \frac{\sqrt{3}}{2}\Psi_2(x)$$

Mostre que esta função de onda está normalizada.

22.- Considere uma partícula de massa m dentro de uma caixa quadrada bi-dimensional de lado L, alinhada com os eixos x e y. Mostre que as funções de onda e níveis de energia da partícula são dados por:

$$\Psi(x, y) = \frac{2}{L}\sin\frac{n_x \pi x}{L}\sin\frac{n_y \pi y}{L}; \quad E = \frac{\hbar\pi^2}{2mL^2}(n_x^2 + n_y^2)$$